

Pedagogiska rön

Kulramen i folkskolans räkneundervisning

Alla har vi väl någon gång stiftat bekantskap med en kulram. Måhända var det under första skollåret. Vi lämnade den snart bakom oss utan särskild åtanke och förmodligen utan saknad.

Det är därför ganska troligt att de flesta av oss inte tänkt sej in i eller praktiskt undersökt vilket förnämligt räkneinstrument en kulram i själva verket är. Dess användning borde inte vara inskränkt till nybörjarstadiet. Ty fråga är om inte kulramen, eller rättare räkneramen, i lämplig utformning vore ett mycket användbart instrument både i skolan och i praktiska livet. När det gäller addition och subtraktion av hela tal och decimalbråk, kan envar efter någon övning konstatera att man med räkneramen når resultat minst lika snabbt och säkert som vid motsvarande operationer med penna och papper, och därtill med betydligt mindre tankearbete. Ty räkandet är till sin natur mekaniskt och kan lätteligen överföras till rent mekaniskt förfarande. Räknestickan är ett exempel härpå. En hopfällbar räkneram i fickformat vore ett utmärkt komplement till räknestickan, som ju inte utför addition och subtraktion.

Den vanliga kulramen med 10×10 kulor är förmodligen inte konstruerad med tanke på numeriska beräkningar inom ett utvidgat talområde. Likväl lämpar den sej i lika hög grad härför som antikens räknebräde, abacus, och som den ännu i våra dagar i Japan mycket använda soroban. Principen i räkneförfarandet är ungefär densamma för dessa tre modeller. Vad deras utformning beträffar hade den antika räkneramen endast nio enheter i varje kolumn, medan den japanska har tio. Gemensamt för båda är att fem enheter i varje kolumn representeras av en särskild kula (sten, pärla). Emellertid tror jag det är mest rationellt, om varje kolumn består av tio likvärdiga enheter. Genom att låta fem kulor i varje rad ha annan färg än övriga fem behåller man överskådligheten utan att offra åskådligheten och rörelsefriheten.

Räkneramens användbarhet för vissa räkneoperationer grundar sej på att den utgör en fysisk modell av vårt talbeteckningssystem, positionssystemet. Denna indiska uppfinning att med hjälp av tio symboler, vilka utom sina numeriska värden även har positionsvärden, beteckna vilka tal som helst är med viss sannolikhet ingenting annat än en översättning av räknebrädets positionsprincip till papperet. Finessen i det indiska (arabiska) systemet, tecknet för intet, talet noll, har sin motsvarighet i den tomma kolumnen på abacus.

Vår räkneram är ingen efterapning av antikens och medeltidens abacus. Kulra-

mens lämplighet för numeriska operationer följer ur dess konstruktion oberoende av andra anordningar.

Vi låter alltså räkneramen representera vårt talsystem och tilldelar kulorna i en godtycklig kolumn entalsvärden. Nästa kolumn får representera tiotalen, den följande hundratalen osv. Om kulramen har tio kolumner eller kulrader, kan man, om man utgår ifrån den första, beteckna vilka heltal som helst från 0 till 10 miljarder. Vid räkning med decimaler kan man låta vilken kolumn som helst utgöra entalskolumn, en möjlighet som inte fanns på antikens räknebräde.

Jag tror att räkneramen kan bli ett förträffligt hjälpmedel i folkskolan. Själva räkandet är roligt och tillvägagångssättet lätt att lära. Men innan vi går in på räknetekniken, vill jag förutskicka att jag inte på något sätt tänker mej räkneförfarandet. Ty även om man i vissa fall snabbare och säkrare kan utföra räkneoperationer med ramen än med penna och papper, ligger värdet nog inte däri utan snarare i ett par andra för räkneundervisningen viktiga avseenden.

För det första kan räkneramen såsom konkret modell av talsystemet bli ett utomordentligt åskådningsmaterial. Man kan åskådliggöra rationaliteten i vårt talsystem på ett helt annat sätt än med hjälp av siffror. De abstrakta siffersymbolerna får ett konkret innehåll. Många räkne regler och algoritmer är lättare att förklara med hjälp av den fysiska modellen. Så ser man på ett åskådligt och lätt fattbart sätt hur ett lån vid subtraktion fungerar, för att ta ett exempel. Vi får ständigt hålla i minne att barnens känsla för det abstrakta inte alls är så utvecklad som hos oss äldre, och därför bör vi utgå ifrån det konkreta och påtagliga så ofta vi kan.

För det andra kan man tillföra ofta enformiga räknetimmar ett lustbetonat och intresseväckande moment genom att visa hur man på ett nytt, enkelt och roligt sätt kan nå eller kontrollera ett resultat. Barnen uppskattar att konfronteras med

talbegreppet ur denna åskådliga och delvis nya aspekt. Det intresserade sysslandet med talen i konkret form ger stadga och fasthet åt de matematiska grundbegreppen och stärker sinnet för talens värde och inbördes förhållanden. Den bland vuxna personer rätt vanliga förlägenheten inför matematik har ofta sin grund däri att de i skolan hakade upp sej på några av de grundläggande relationerna. De fick aldrig från början rätta greppet om ämnet. Inställningen att räkning är något besvärligt kvarstår gärna, även om man vid mognare år lätt skulle kunna klara skolärens stötestenar.

När det gäller att från början skapa en fast grund, måste vi utgå från de hjälpmedel vi redan har. Ty räkningen i skolan är ännu inte tillgänglig för film, radio, m. fl. moderna hjälpmedel i samma utsträckning som flertalet övriga skolämnen.

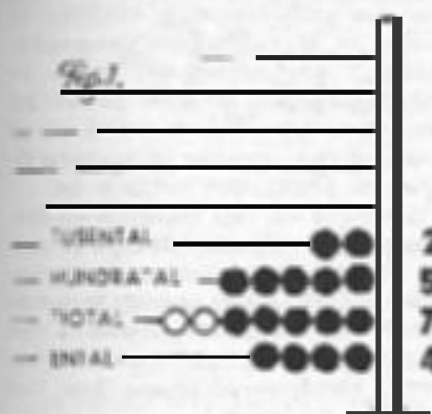
Min optimism visavi räkneramen såsom pedagogiskt instrument grundar sej på iakttagelser i klasserna 3 och 4. I början av terminen använde jag en kulram för att kontrollera additioner och subtraktioner på svarta tavlan. Barnen blev mycket imponerade, då de såg hur lätt man kunde få fram resultatet. Härmed var intresset väckt. De intelligentaste insåg snart hur jag bar mej åt. Efter en enda lektion, där jag klargjorde principerna, kunde alla inställa vilka heltal som helst inom respektive klassers talområden och utföra enklare exempel. Resten lärde de varandra. Det blev svår konkurrens om ramen både på räknetimmar och raster. Kulramen blev vår räknemaskin, med vilken vi kontrollerade resultaten av alla additioner och subtraktioner. Att räkna blev en fluga!

Från den stunden var det ingen som blandade ihop olika talsorter eller glömde sätta nollor på de resterande talsorternas plats. Talsystemet fick tydligen konkret innehåll. Det särskilt intressanta var att också de som visat svaghet och bristande intresse i räkning nu vaknade upp vid åsynen av de färgglada kulraderna och började fatta galoppen. De var snart lika intresserade och duktiga som sina kamrater. Räkning blev skolans populäraste ämne. Det var tydligt att räkneramen gjutit ett nytt liv i räknetimmarna. Att eleverna på ett eller annat sätt bibringas intresse för det som ska inläras är ju förutsättningen för all framgångsrik undervisning.

Låt oss nu se på räkneramen vad summan av 2574 och 6039 utgör. Exemplet är valt så att det viktigaste i räknetekniken blir belyst. I skolan börjar man givetvis med enklare exempel.

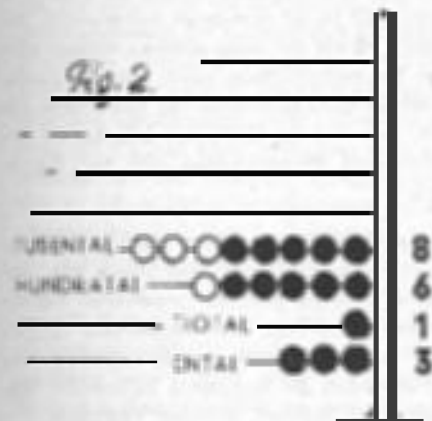
Först inställs talet 2574 på ramens högra nedre sida enligt fig. 1. Man tillämpar





positionsprincipen vertikalt och utgår ifrån den *högsta* talsorten.

Nästa steg blir själva adderingen av 6039. Sex kulor i tusentals kolumnen förs över till höger, och vi har nu 8 kulor i denna kolumn. Det finns inga hundratal att addera, varför vi övergår till tiotalen. Tre stycken ska vi lägga till, och det är precis så många som är kvar till vänster. Vi får nu 10 stycken tiotal till höger. Men tio tiotal är ju ett hundratal, och därför skjuter vi över alla tiotalskulorna till vänster och flyttar en hundratalskula över till höger. Det återstår nu att lägga till nio stycken entalskulor. Men till vänster har vi bara sex entalskulor att ta utav. Vi löser problemet genom att i stället lägga till en tiotalskula och dra ifrån en entalskula: $10 - 1 = 9$. Vår summa är nu färdig. Till höger på ramen finns 8 tusentalskulor, 6 hundratalskulor, 1 tiotalskula och 3 entalskulor, vilket läst vertikalt blir 8613. Se fig. 2!



Det är möjligt att ovanstående förfarande, uttryckt i ord, förefaller en och annan något komplicerat. I praktiken och efter lite övning är det mycket enkelt. Man kan givetvis lägga samman hur många tal som helst; inte bara två som i typexemplet. Subtraktion blir en omvändning av tillvägagångssättet.

Addering av längre talserier, såsom kontokolumner eller kassakvitton, kan ske betydligt snabbare med räkneramen än med papper och penna. Fördelarna ligger däri att man inte behöver bevara de successiva summorna i minnet, som är fallet vid vanlig addering, samt i att man under operationerna inte behöver gå utanför talområdet 0—9. Minnessiffror kommer man också ifrån. I motsats till det gängse förfaringsättet med uppskriv-

ning först och uträkning sedan behövs här endast "uppskrivningen" eller inställningen, ty i samma ögonblick som inställningen är klar, är också summan färdig. Man finner att det ligger ett visst nöje i en längre addition på ramen, vilket man knappast kan säga om addering av sifferkolumner i allmänhet.

Till sist kan det vara lämpligt att någon gång i skolan gå in på räkneramens historia. Under antiken utfördes alla beräkningar på abacus. Därav kalkylera (lat. calculare; återföra till räknestenarna). Endast slavar befattade sej med räknekonsten, och deras pris var förmodligen beroende av hur snabbt och säkert de kunde hantera sitt instrument.

Ett intressant förhållande i samband med romarnas räknebräde är uppkomsten av de romerska siffrorna. Romarna var praktiska och ville ha åskådliga siffror. De översatte räknebrädets talinställning till "papperet". Men i motsats till indierna utelämnade de positionsprincipen och tecknet för den tomma kolumnen. Därför blev systemet otympligt och misslyckat. Åskådligheten upphörde i och med att man införde subtraktionsprincipen i talbeteckningarna. I vilket fall som helst upphör åskådligheten antingen man antalar subtraktionsprincipen eller inför ständigt nya tecken.

Femtalets stora betydelse i det romerska systemet förklaras av att räknebrädet hade en särskild sten som beteckning för fem enheter. Talet 8 översattes alltså direkt från ramen med tecknet för femtalet plus tre entalstecken: VIII.

Hur snabbt man kunde räkna på abacus vet vi inte, men från Japan får vi bekräftelse på att man med räkneram kan tävla med nästan vilken additionsmaskin som helst. Den japanske matematikern Fusijava omtalar i ett arbete 1929 att räkneturneringar i hans hemland är mycket vanliga. Varje deltagare utrustas med en soroban. Tävlingsledaren läser med hög röst i rask följd en serie tal. Det klirrar och smattrar i instrumentens träpärlor. Efter någon timme! avbryts uppläsningen. Den eller de som då har den rätta talinställningen på räkneramen förklaras som segrare.

Jag vet att mången anser kulramens användning begränsad till det område av matematiken där man lägger ihop 2 och 2. Men hys inga förutfattade meningar! Prova och se!

De flesta barn har väl en kulram bland sina leksaker. Annars kan de köpa en modern färgglad sak för någon krona. Lär dem hur de ska använda den, och de kommer att visa ett helt annat intresse för räkning! Har man i skolan bara tillgång till en kulram, kan man hänga upp den mot bakgrunden av svarta tavlan. Där gör sej en modern, färgstark räkneram bra. Bäst är, om fem kulor i varje rad har annan färg än de övriga fem. Barnen kan gå fram i tur och ordning och lösa varsin uppgift. Var-säker på att de är intresserade och att ingen ger sej förrän allt går perfekt.

Verner Lindblom



Trädgårds Square, London, och National Gallery i bakgrunden

HERMODS utlandskurser

ENGLAND

BOURNEMOUTH

Tid: Kurs A 19 juni—19 juli
Kurs B 19 juli—9 augusti
(30 dagar)

Pris: 1225 kronor

Lectur: Fl. ang. Nell Johnson

BRIGHTON

Tid: 21 juni—21 juli (30 dagar)

Pris: 1225 kronor

Lectur: Petrus Britt Currie

Kurser i Brighton anordnas av Hermoda på uppdrag av Federationen RAF. Den är särskilt utformad för medlemmar av denna organisation.

TYSKLAND

WIEN (VIENNA)

Tid: 17 juni—22 juni (30 dagar)

Pris: 1225 kronor

Lectur: Dr. A. Köhler

- Marknadsföring i privata företag
- Tre timmars dagliga lektioner för teoretiska övningar
- utflykter till andra platser
- Engelskspråkiga studier med hjälp av lärare med flerspråkig m. m.
- I slutet av kursen: Öfversikt—London—Öfversikt
- I tyskspråkiga studier en undersökning av m. m. Germanistik—Folkvetenskap och Öfversikt.

Med ett beaktat antal deltagare kan kostnaderna för kursen för öfrigt anses som ganska billiga utifrån programmet. Upplysningar om kurserna öfversikt m. m. ang. Nell Johnson, Hermoda, Malmö. Tel. nummer: "Hermoda".



Är klar med hermoda Hermoda, som består av Hermoda Tidningskurser